

## Проверка гипотезы о нормальности распределения

ЗАДАНИЕ.

Были исследованы 200 готовых деталей на отклонения истинного размера от расчетного. Сгруппированные данные приведены в следующей таблице:

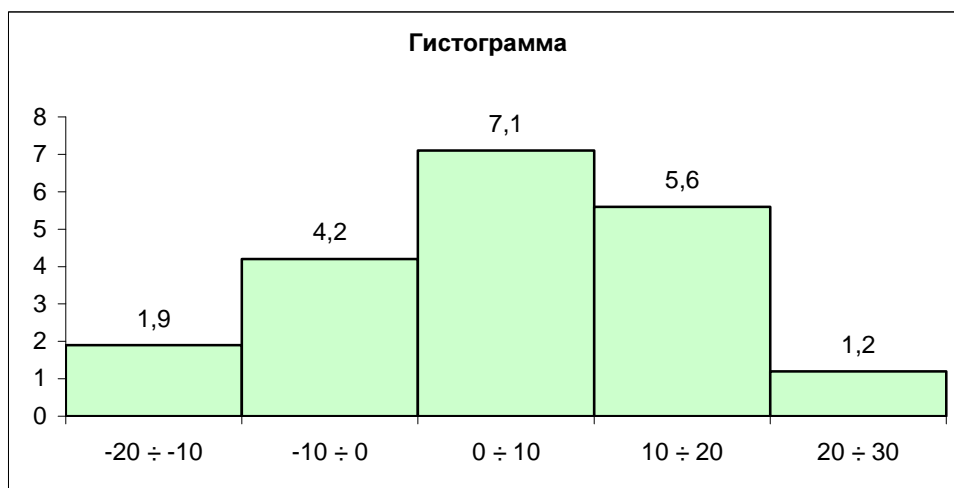
Границы интервалов в микронах	-20 ÷ -10	-10 ÷ 0	0 ÷ 10	10 ÷ 20	20 ÷ 30
Число деталей с данной величиной отклонения	19	42	71	56	12

По данному статистическому ряду построить гистограмму. По виду гистограммы выдвинуть гипотезу о виде закона распределения (например, предположить, что исследуемая величина имеет нормальный закон распределения). Подобрать параметры закона распределения (равные их оценкам на основе опытных данных). На том же графике построить функцию плотности вероятности, соответствующую выдвинутой гипотезе. С помощью критерия согласия проверить, согласуется ли гипотеза с опытными данными. Уровень значимости взять, например, равным 0,05.

РЕШЕНИЕ. Построим гистограмму частот, для чего дополнительно вычислим плотность

частот  $p_i = \frac{n_i}{h} = \frac{n_i}{10}$ . Получаем:

$x_i$	-20 ÷ -10	-10 ÷ 0	0 ÷ 10	10 ÷ 20	20 ÷ 30
$n_i$	19	42	71	56	12
$p_i$	1,9	4,2	7,1	5,6	1,2



По виду гистограммы можно предположить, что исследуемая величина имеет нормальный закон распределения.

Найдем точечные оценки параметров распределения. Для этого перейдем к простому вариационному ряду, выбирая в качестве вариант середины интервалов, составим расчетную таблицу:

$x_i$	-15	-5	5	15	25	<b>Сумма</b>
$n_i$	19	42	71	56	12	<b>200</b>
$x_i n_i$	-285	-210	355	840	300	<b>1000</b>
$(\bar{x} - x_i)^2 n_i$	7600	4200	0	5600	4800	<b>22200</b>

Выборочное среднее:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i n_i = \frac{1}{200} 1000 = 5.$$

Выборочная дисперсия:

$$\bar{D} = \frac{1}{n} \sum (\bar{x} - x_i)^2 n_i = \frac{1}{200} 22200 = 111.$$

Выборочная исправленная дисперсия:

$$S^2 = \frac{n}{n-1} \bar{D} = \frac{200}{199} 111 \approx 111,558.$$

Выборочное исправленное среднее квадратическое отклонение:  $S = \sqrt{111,558} \approx 10,562.$

Таким образом, предполагаем, что исследуемая величина имеет нормальный закон распределения с параметрами  $a = 5$  и  $\sigma = 10,562.$

Построим теоретическую нормальную кривую

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right) = \frac{1}{10,562\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-5)^2}{2 \cdot 10,562^2}\right)$$

и гистограмму относительных частот на одном чертеже.

