

### Пример: криволинейный интеграл первого рода

ЗАДАНИЕ.

Вычислить криволинейный интеграл  $\int_L y dl$ , где  $L$  – дуга параболы  $y^2 = 2x$  от точки  $(0,0)$  до точки  $(1, \sqrt{2})$ .

РЕШЕНИЕ.

По условию  $y = \sqrt{2x} = \sqrt{2}\sqrt{x}$ ,  $0 \leq x \leq 1$ .

Вычислим  $dl = \sqrt{1+y'^2} dx = \sqrt{1 + \left(\sqrt{2} \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2} dx = \sqrt{1 + \frac{1}{2x}} dx = \sqrt{\frac{2x+1}{2x}} dx$ .

$$\begin{aligned} \int_L y dl &= \int_0^1 \sqrt{2x} \sqrt{\frac{2x+1}{2x}} dx = \int_0^1 \sqrt{2x+1} dx = \frac{1}{2} \int_0^1 \sqrt{2x+1} d(2x+1) = \frac{1}{2} \frac{(2x+1)^{3/2}}{3/2} \Big|_0^1 = \\ &= \frac{1}{3} \left( (2+1)^{3/2} - (0+1)^{3/2} \right) = \frac{1}{3} (3^{3/2} - 1) = \sqrt{3} - \frac{1}{3}. \end{aligned}$$