

Тема: Разложение вектора по базису

ЗАДАНИЕ. Написать разложение вектора \vec{x} по векторам $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

$$\vec{x} = (-4; 4; 4), \quad \vec{a} = (3; 1; 0), \quad \vec{b} = (-1; 0; 6), \quad \vec{c} = (-1; 2; 0).$$

РЕШЕНИЕ:

Пусть $\vec{x} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$. В виде системы это можно записать следующим образом:

$$\begin{cases} 3x - 1y - 1z = -4, \\ 1x + 0y + 2z = 4, \\ 0x + 6y + 0z = 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - y - z = -4, \\ x + 2z = 4, \\ 6y = 4; \end{cases}$$

Из последнего уравнения находим $y = 2/3$, подставляем в первое:

$$\begin{cases} 3x - 2/3 - z = -4, \\ x + 2z = 4, \\ y = 2/3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - z = -10/3, \\ x + 2z = 4, \\ y = 2/3; \end{cases}$$

Умножим первое уравнение на 2.

$$\begin{cases} 6x - 2z = -20/3, \\ x + 2z = 4, \\ y = 2/3; \end{cases}$$

Прибавим первое уравнение ко второму:

$$\begin{cases} 6x - 2z = -20/3, \\ 7x = -8/3, \\ y = 2/3; \end{cases}$$

Выражаем из второго уравнения x и подставляем в первое:

$$\begin{cases} -48/21 - 2z = -20/3, \\ x = -8/21, \\ y = 2/3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = 46/21, \\ x = -8/21, \\ y = 2/3. \end{cases}$$

Получили разложение $\vec{x} = -\frac{8}{21}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b} + \frac{46}{21}\vec{c}$