

Задачи оптимизации в Excel Пример решения задачи по теории игр

ЗАДАНИЕ.

Намечается крупномасштабное производство легковых автомобилей. Имеются четыре варианта проекта автомобиля R_j . Определена экономическая эффективность K - каждого проекта в зависимости от рентабельности производства. По истечении трех сроков S_i рассматриваются как некоторые состояния среды (природы). Значения экономической эффективности для различных проектов и состояний природы приведены в следующей таблице (д. е.):

Проекты	Состояние природы		
	S_1	S_2	S_3
R_1	20	25	15
R_2	25	24	10
R_3	15	28	12
R_4	9	30	20

Выберите оптимальное решение в соответствии с критериями Лапласа, Вальда, Сэвиджа и Гурвица (при $\alpha = 0,5$).

РЕШЕНИЕ.

Критерий пессимизма-оптимизма Лапласа.

В основе критерия лежит предположение: поскольку о состояниях обстановки ничего не известно, то их можно считать равновероятными.

Если статистик не располагает объективной информацией об априорных вероятностях q_j состояний природы Π_j и считает в равной мере правдоподобными все состояния, то их вероятности полагают одинаковыми, т. е. $q_1 = \dots = q_n = 1/n$.

Проекты	Состояние природы			$\sum a_{ij} q_j$
	s1	s2	s3	
R1	20	25	15	20
R2	25	24	10	19,66666667
R3	15	28	12	18,33333333
R4	9	30	20	19,66666667
q	0,333333	0,333333	0,333333	

Оптимальное решение по данному критерию – проект R1

Критерий Вальда

Так как в данном примере a_{ij} представляет эффективность, т.е. выигрыш, то применяется максиминный критерий.

Критерий основывается на том, что если состояние обстановки неизвестно, нужно поступать самым осторожным образом, ориентируясь на минимальное значение эффективности каждой системы.

Проекты	Состояние природы			$\min a_{ij}$
	s1	s2	s3	
R1	20	25	15	15
R2	25	24	10	10
R3	15	28	12	12
R4	9	30	20	9

Из минимальных значений выбираем максимальное.

Оптимальное решение по данному критерию – проект R1

Критерий минимального риска (Сэвиджа).

Минимизирует потери эффективности при наихудших условиях.

Для оценки систем на основе данного критерия матрица эффективности должна быть преобразована в матрицу потерь (риска).

Каждый элемент матрицы потерь определяется как разность между максимальным и текущим значениями оценок эффективности в столбце:

$$\Delta a_{ij} = \max_i a_{ij} - a_{ij}.$$

После преобразования матрицы используется критерий минимакса

Матрица потерь:

Проекты	Состояние природы			$\min \Delta a_{ij}$
	s1	s2	s3	
R1	5	5	5	5
R2	0	6	10	10
R3	10	2	8	10
R4	16	0	0	16

Оптимальное решение по данному критерию – проект R1

Критерий пессимизма-оптимизма Гурвица.

Это критерий обобщённого максимина.

Для этого вводится коэффициент оптимизма α ($0 \leq \alpha \leq 1$), характеризующий отношение к риску лица, принимающего решение.

Эффективность систем находится как взвешенная с помощью коэффициента α (выбирается из субъективных соображений) сумма максимальной и минимальной оценок.

При $\alpha = 0$ критерий Гурвица превращается в критерий Вальда

При $\alpha = 1$ – в критерий крайнего оптимизма

При $0 < \alpha < 1$ получается нечто среднее.

$$H = \max \{ \alpha \max a_{ij} + (1 - \alpha) \min a_{ij} \}$$

Проекты	Состояние природы			$\max a_{ij}$	$\min a_{ij}$	$\alpha \max a_{ij} + (1 - \alpha) \min a_{ij}$
	s1	s2	s3			
R1	20	25	15	15	25	20
R2	25	24	10	10	25	17,5
R3	15	28	12	12	28	20
R4	9	30	20	9	30	19,5

Оптимальное решение по данному критерию – проект R1

По всем критериям рекомендовался выбор проекта R1