

Решение задачи: дискретная случайная величина.

Задание. Стрелок, имея 3 патрона, стреляет в цель до первого попадания. Вероятности попадания при первом, втором и третьем выстрелах соответственно 0,6, 0,5, 0,4. С.В. ξ - число оставшихся патронов. Составить ряд распределения случайной величины, найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратичное отклонение с.в., построить функцию распределения с.в., найти $P\{|\xi - m| < \sigma\}$.

Решение. Пусть ξ - дискретная случайная величина, равная числу оставшихся патронов. Она может принимать значения 0, 1, 2. Найдем соответствующие вероятности.

$\xi = 2$, если первый выстрел попал в цель (потрачен 1 патрон, 2 осталось), вероятность $P(\xi = 2) = 0,6$.

$\xi = 1$, если первый выстрел не попал в цель (вероятность $1 - 0,6 = 0,4$), а второй попал в цель (вероятность 0,5), вероятность $P(\xi = 1) = 0,4 \cdot 0,5 = 0,2$.

$\xi = 0$, если первый выстрел не попал в цель (вероятность $1 - 0,6 = 0,4$), и второй выстрел не попал в цель (вероятность $1 - 0,5 = 0,5$), тогда стрелок стреляет третий раз и тратит последний патрон (результат выстрела уже не важен), вероятность $P(\xi = 0) = 0,4 \cdot 0,5 = 0,2$.

Получили ряд распределения:

x_i	0	1	2
p_i	0,2	0,2	0,6

Найдем математическое ожидание:

$$m = M\xi = \sum x_i p_i = 0 \cdot 0,2 + 1 \cdot 0,2 + 2 \cdot 0,6 = 1,4$$

Найдем дисперсию:

$$D\xi = \sum x_i^2 p_i - (M\xi)^2 = 0^2 \cdot 0,2 + 1^2 \cdot 0,2 + 2^2 \cdot 0,6 - 1,4^2 = 0,64$$

Найдем среднее квадратичное отклонение:

$$\sigma_{\xi} = \sqrt{D\xi} = \sqrt{0,64} = 0,8.$$

Найдем функцию распределения $F(x) = P(\xi < x)$, то есть

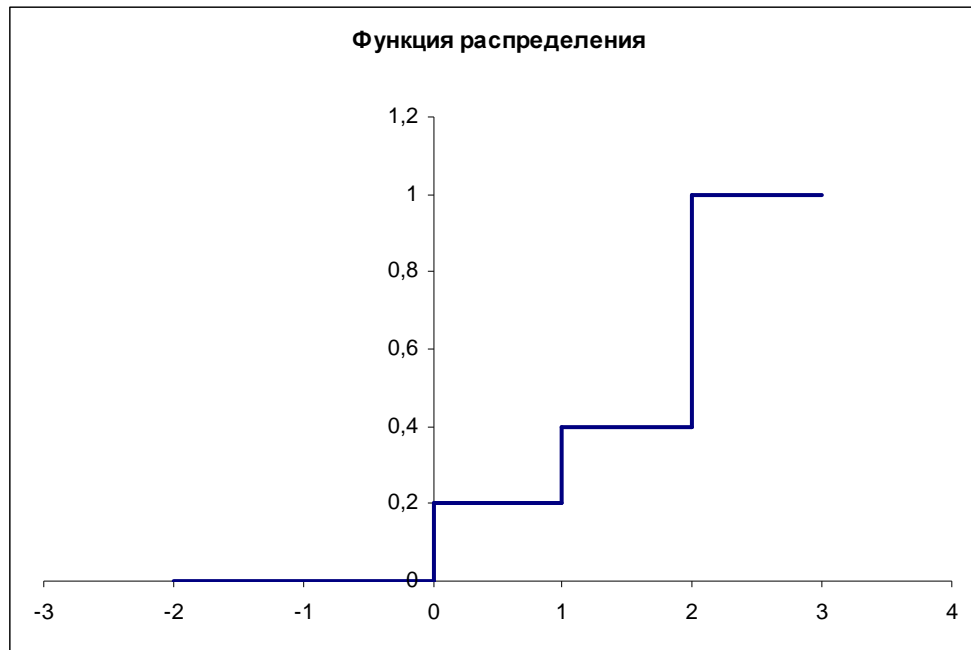
при $x \leq 0$, $F(x) = 0$,

при $0 < x \leq 1$, $F(x) = 0 + 0,2 = 0,2$,

при $1 < x \leq 2$, $F(x) = 0,2 + 0,2 = 0,4$,

при $x > 2$, $F(x) = 0,4 + 0,6 = 1$.

График:



Найдем вероятность $P\{|\xi - m| < \sigma\}$.

$$\begin{aligned} P\{|\xi - m| < \sigma\} &= P\{|\xi - 1,4| < 0,8\} = P\{-0,8 < \xi - 1,4 < 0,8\} = P\{0,6 < \xi < 2,2\} = \\ &= P\{\xi = 1\} + P\{\xi = 2\} = 0,2 + 0,6 = 0,8. \end{aligned}$$