

Решение задачи принятия решения предпринимателем

ЗАДАНИЕ.

Предприниматель собирается вложить сумму в количестве 100 тыс. руб. в совместное предприятие. У него есть четыре альтернативы выбора формы заключения договора с партнером (стратегии A_1, A_2, A_3, A_4). С другой стороны, прибыль предпринимателя зависит от того, какую стратегию поведения выберет его партнер и совет директоров (у партнера - контрольный пакет акций). Имеются оценки выигрышей предпринимателя для каждой пары альтернатив (A_i, B_j) (прибыль приводится в процентах годовых от вложения) которые приведены в платежной матрице. Определить оптимальную стратегию вложения денег для предпринимателя, если:

а) варианта развития ситуации ни предприниматель, ни его партнер не знают и оба стремятся к максимальной прибыли (использовать критерии Лапласа, Вальда, Сэвиджа и Гурвица при $\alpha=0,5$);

б) партнер получает тем большую прибыль, чем меньше получит предприниматель, поэтому в его задачу входит минимизировать прибыль предпринимателя.

$A_i \setminus B_j$	B1	B2	B3	B4
A1	60	70	90	80
A2	40	50	70	30
A3	20	30	20	10
A4	5	15	15	20

РЕШЕНИЕ.

Критерий Лапласа.

Если вероятности состояний природы правдоподобны, для их оценки используют принцип недостаточного основания Лапласа, согласно которого все состояния природы полагаются равновероятными, т.е.:

$$q_1 = q_2 = \dots = q_n = 1/n.$$

$$q_i = 1/4$$

A_i	Π_1	Π_2	Π_3	Π_4	$\sum(a_{ij})$
A_1	15	17,5	22,5	20	75
A_2	10	12,5	17,5	7,5	47,5
A_3	5	7,5	5	2,5	20
A_4	1,25	3,75	3,75	5	13,75
p_j	0,25	0,25	0,25	0,25	

Выбираем из (75; 47,5; 20; 13,75) максимальный элемент $\max=75$

Вывод: выбираем стратегию $N=1$.

Критерий Вальда.

По критерию Вальда за оптимальную принимается чистая стратегия, которая в наихудших условиях гарантирует максимальный выигрыш, т.е.

$$a = \max(\min a_{ij})$$

Критерий Вальда ориентирует статистику на самые неблагоприятные состояния природы, т.е. этот критерий выражает пессимистическую оценку ситуации.

A_i	Π_1	Π_2	Π_3	Π_4	$\min(a_{ij})$
A_1	60	70	90	80	60

A ₂	40	50	70	30	30
A ₃	20	30	20	10	10
A ₄	5	15	15	20	5

Выбираем из (60; 30; 10; 5) максимальный элемент $\max=60$

Вывод: выбираем стратегию N=1.

Критерий Севиджа.

Критерий минимального риска Севиджа рекомендует выбирать в качестве оптимальной стратегии ту, при которой величина максимального риска минимизируется в наихудших условиях, т.е. обеспечивается:

$$a = \min(\max r_{ij})$$

Критерий Сэвиджа ориентирует статистику на самые неблагоприятные состояния природы, т.е. этот критерий выражает пессимистическую оценку ситуации.

Находим матрицу рисков.

Риск – мера несоответствия между разными возможными результатами принятия определенных стратегий. Максимальный выигрыш в j-м столбце $b_j = \max(a_{ij})$ характеризует благоприятность состояния природы.

1. Рассчитываем 1-й столбец матрицы рисков.

$$r_{11} = 60 - 60 = 0; r_{21} = 60 - 40 = 20; r_{31} = 60 - 20 = 40; r_{41} = 60 - 5 = 55;$$

2. Рассчитываем 2-й столбец матрицы рисков.

$$r_{12} = 70 - 70 = 0; r_{22} = 70 - 50 = 20; r_{32} = 70 - 30 = 40; r_{42} = 70 - 15 = 55;$$

3. Рассчитываем 3-й столбец матрицы рисков.

$$r_{13} = 90 - 90 = 0; r_{23} = 90 - 70 = 20; r_{33} = 90 - 20 = 70; r_{43} = 90 - 15 = 75;$$

4. Рассчитываем 4-й столбец матрицы рисков.

$$r_{14} = 80 - 80 = 0; r_{24} = 80 - 30 = 50; r_{34} = 80 - 10 = 70; r_{44} = 80 - 20 = 60;$$

A _i	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄
----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

A ₁	0	0	0	0
A ₂	20	20	20	50
A ₃	40	40	70	70
A ₄	55	55	75	60

Результаты вычислений оформим в виде таблицы.

A _i	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	max(a _{ij})
A ₁	0	0	0	0	0
A ₂	20	20	20	50	50
A ₃	40	40	70	70	70
A ₄	55	55	75	60	75

Выбираем из (0; 50; 70; 75) минимальный элемент min=0

Вывод: выбираем стратегию N=1.

Критерий Гурвица.

Критерий Гурвица является критерием пессимизма - оптимизма. За оптимальную принимается та стратегия, для которой выполняется соотношение:

$$\max(s_i)$$

$$\text{где } s_i = y \min(a_{ij}) + (1-y)\max(a_{ij})$$

При $y = 1$ получим критерий Вальде, при $y = 0$ получим – оптимистический критерий (максимакс).

Критерий Гурвица учитывает возможность как наихудшего, так и наилучшего для человека поведения природы. Как выбирается y ? Чем хуже последствия ошибочных решений, тем больше желание застраховаться от ошибок, тем y ближе к 1.

Рассчитываем s_i .

$$s_1 = 0,5*60+(1-0,5)*90 = 75$$

$$s_2 = 0,5*30+(1-0,5)*70 = 50$$

$$s_3 = 0,5*10+(1-0,5)*30 = 20$$

$$s_4 = 0,5*5+(1-0,5)*20 = 12,5$$

A_i	Π_1	Π_2	Π_3	Π_4	$\min(a_{ij})$	$\max(a_{ij})$	$y \min(a_{ij}) + (1-y)\max(a_{ij})$
A_1	60	70	90	80	60	90	75
A_2	40	50	70	30	30	70	50
A_3	20	30	20	10	10	30	20
A_4	5	15	15	20	5	20	12,5

Выбираем из (75; 50; 20; 12,5) максимальный элемент $\max=75$

Вывод: выбираем стратегию $N=1$.