

Пример решения задачи

Примитивно рекурсивные функции

Задача. Доказать, что заданная функция, определенная для натуральных аргументов и принимающая натуральные значения, является примитивно рекурсивной.

$$x^y + x$$

Решение. Рассмотрим сначала функцию $f(x, y) = x^y$. Поскольку $f(x, 0) = 1$ и $f(x, y+1) = xf(x, y) = g(x, y, f(x, y))$, где $g(x, y, z) = xz$ - примитивно рекурсивная функция (как композиция умножения и функции $(I_1^3, I_3^3): \mathbb{N}^3 \rightarrow \mathbb{N}^2$), то $f(x, y) = x^y$ примитивно рекурсивна.

Рассмотрим теперь исходную функцию $F(x, y) = x^y + x = f(x, y) + x$, она также примитивно рекурсивна, так как это композиция сложения примитивно-рекурсивных функций $f(x, y)$ и I_1^1 .