

Задачи оптимизации в Excel Пример решения производственной задачи

ЗАДАНИЕ.

Для производства двух видов изделий *A* и *B* предприятие использует три вида сырья. Нормы расхода каждого вида сырья на изготовление единицы продукции данного вида в таблице б. В ней же указаны прибыль от реализации единицы изделия каждого вида и общее количество сырья данного, которое может быть использовано предприятием.

Вид сырья	Нормы расхода сырья (кг) на одно изделие		Общее количество сырья (кг)
	A	B	
I	12	4	300
II	4	4	120
III	3	12	252
Прибыль от реализации изделия одного вида (руб.)	30	40	

Требуется такой составить такой план производства изделий *A* и *B*, при котором прибыль от реализации будет максимальной?

РЕШЕНИЕ.

Пусть предприятие производит x ед. изделия *A* и y ед. изделия *B*. Тогда общая прибыль предприятия (целевая функция) составит: $L = 30x + 40y$. Требуется найти максимальное значение целевой функции при следующих ограничениях:

$$12x + 4y \leq 300 \quad \text{по ресурсу I}$$

$$4x + 4y \leq 120 \quad \text{по ресурсу II}$$

$$3x + 12y \leq 252 \quad \text{по ресурсу III}$$

При этом полагаем, что искомые значения x и y могут быть неотрицательными. Получаем задачу линейного программирования:

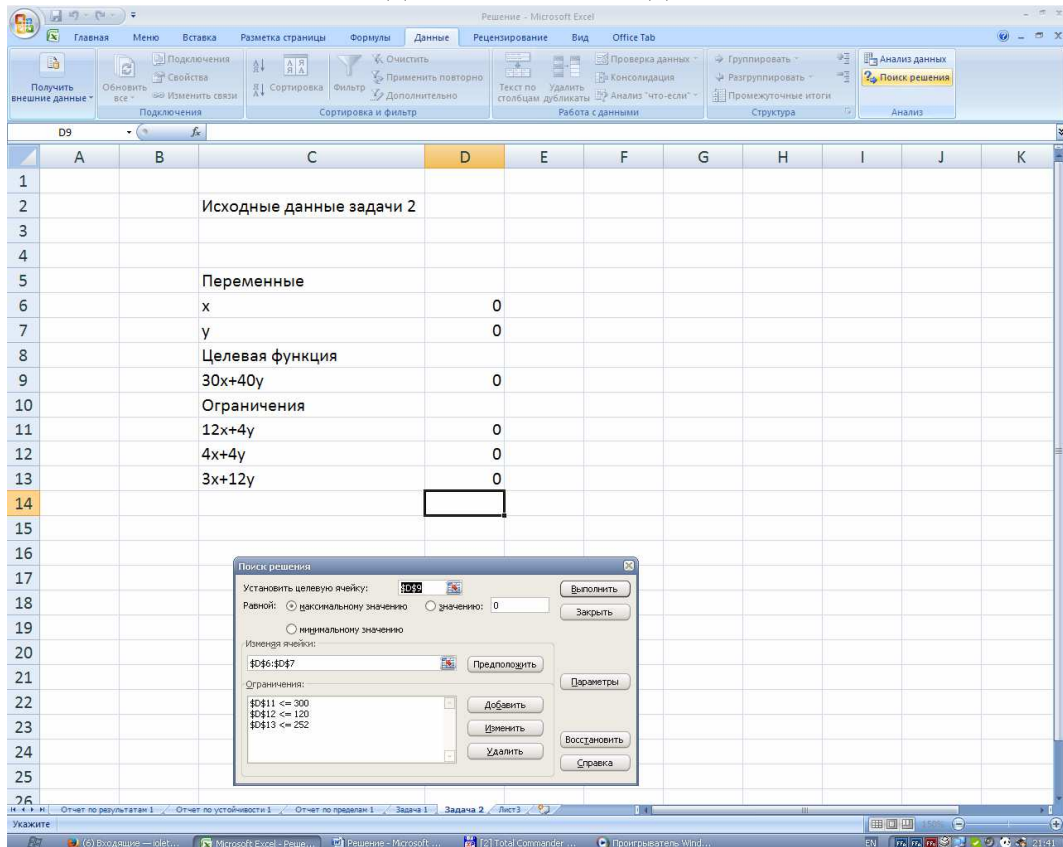
Решение задач выполнено на сайте Матбюро
https://www.matburo.ru/ex_emm.php?p1=emmoptexcel

(больше примеров по ссылке)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, программированию

$$\begin{cases} \max L(x, y) = 30x + 40y \\ 12x + 4y \leq 300 \\ 4x + 4y \leq 120 \\ 3x + 12y \leq 252 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

Для использования EXCEL заполняем страницу в соответствии с математической постановкой двойственной задачи:



Для решения задачи ЛП в Excel используют во вкладке *Анализ данных* надстройку *Поиск решения*.

Целевая ячейка (Максимум)

Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат
\$D\$9	30x+40y	750	1080

Изменяемые ячейки

Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат
\$D\$6	x	25	12
\$D\$7	y	0	18

Ограничения

Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус	Разница
\$D\$11	12x+4y	216	\$D\$11<=300	не связан.	84
\$D\$12	4x+4y	120	\$D\$12<=120	связанное	0
\$D\$13	3x+12y	252	\$D\$13<=252	связанное	0

Таким образом, максимальная прибыль составит $\max L(x, y) = 1080$ руб.; значения оптимального плана производства: $x^0 = 12$ ед.; $y^0 = 18$ ед.

Решение двойственной задачи 2 с использованием пакета Excel

Степень дефицитности каждого вида ресурса оценим по двойственным оценкам z_1, z_2, z_3 , найденным из решения двойственной задачи:

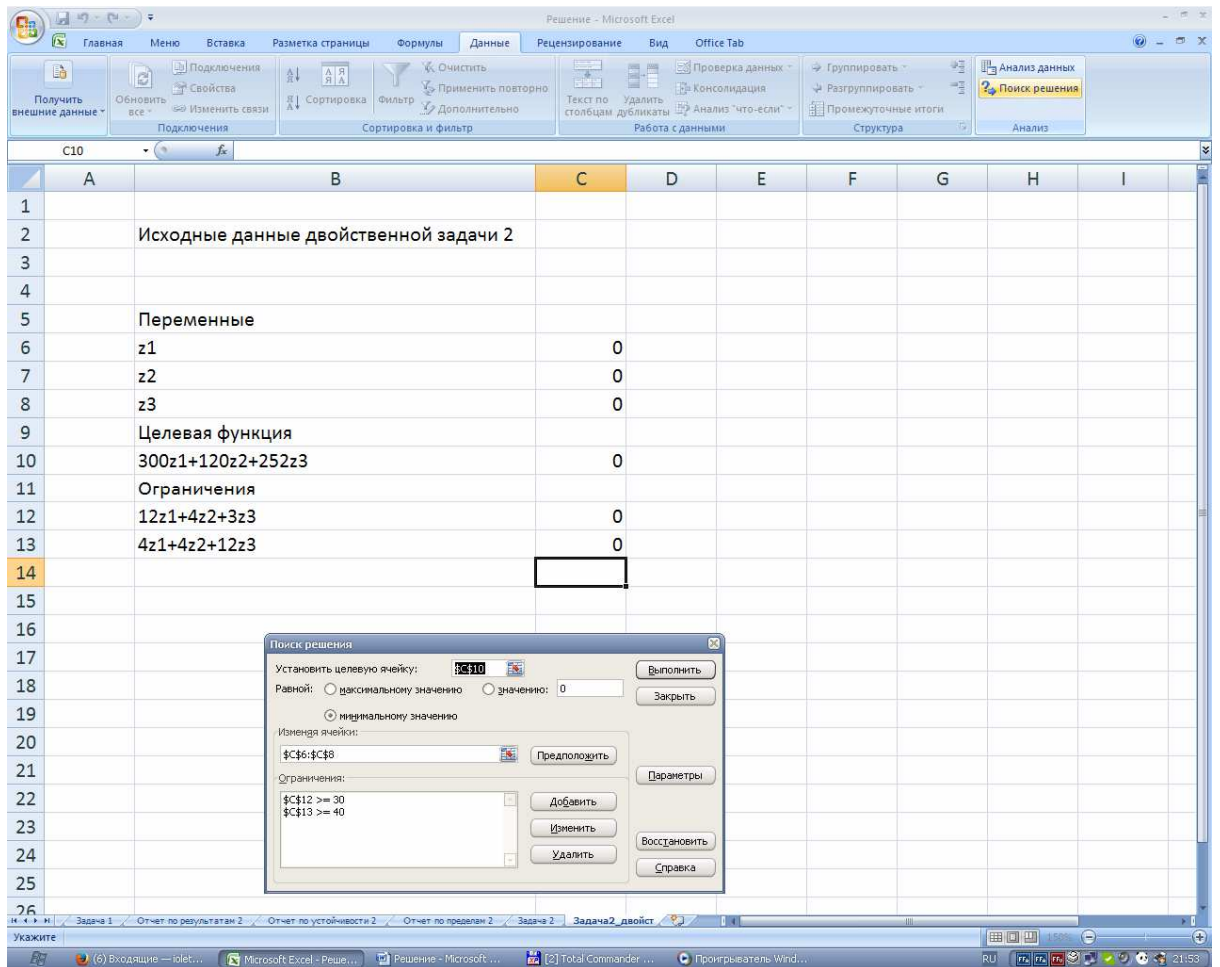
$$\begin{cases} \min L(z) = 300z_1 + 120z_2 + 252z_3 \\ 12z_1 + 4z_2 + 3z_3 \geq 30 \\ 4z_1 + 4z_2 + 12z_3 \geq 40 \\ z_1, \dots, z_3 \geq 0 \end{cases}$$

Для использования *EXCEL* заполняем страницу в соответствии с математической постановкой двойственной задачи:

Решение задач выполнено на сайте Матбюро
https://www.matburo.ru/ex_emm.php?p1=emmoptexcel

(больше примеров по ссылке)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, программированию



Для решения задачи ЛП в Excel используют во вкладке *Анализ данных* надстройку *Поиск решения*.

Целевая ячейка (Минимум)

Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат
\$C\$10	300z1+120z2+252z3	0	1080

Изменяемые ячейки

Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат
\$C\$6	z1	0	0
\$C\$7	z2	0	6,666666667
\$C\$8	z3	0	1,111111111

Ограничения

Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус	Разница
--------	-----	----------	---------	--------	---------

Решение задач выполнено на сайте Матбюро
https://www.matburo.ru/ex_emm.php?p1=emmoptexcel

(больше примеров по ссылке)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, программированию

$\$C\12	$12z_1+4z_2+3z_3$	30	$\$C\$12 \geq 30$	связанное	0
$\$C\13	$4z_1+4z_2+12z_3$	40	$\$C\$13 \geq 40$	связанное	0

Из решения задачи следует, что двойственные оценки оптимального плана исходной задачи составят $z_1 = 0$, $z_2 = 6,67$, $z_3 = 1,11$, $\min L(z) = 1080$.

Это означает, что первый вид ресурса не является дефицитным, и увеличение его запаса не принесет увеличение целевой функции. Напротив, второй и третий виды ресурсов являются дефицитными. Увеличение (уменьшение) запаса второго ресурса на одну единицу приведет к увеличению (или к уменьшению) прибыли на 6,67 руб. Увеличение (уменьшение) запаса третьего ресурса на одну единицу приведет к увеличению (или к уменьшению) прибыли на 1,11 руб.