

Решение ЗЛП графическим методом

ЗАДАНИЕ.

Решить графическим методом ЗЛП, заданную указанной математической моделью.

$$F = 2x_1 - x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} x_1 \leq 3, \\ x_1 \geq -1, \\ -2x_1 - 3x_2 \leq 6, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 6. \end{cases}$$

РЕШЕНИЕ.

Построим область допустимых решений задачи, ограниченную неравенствами

$$\begin{cases} x_1 \leq 3, \\ x_1 \geq -1, \\ -2x_1 - 3x_2 \leq 6, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 6. \end{cases}$$

Строим прямые:

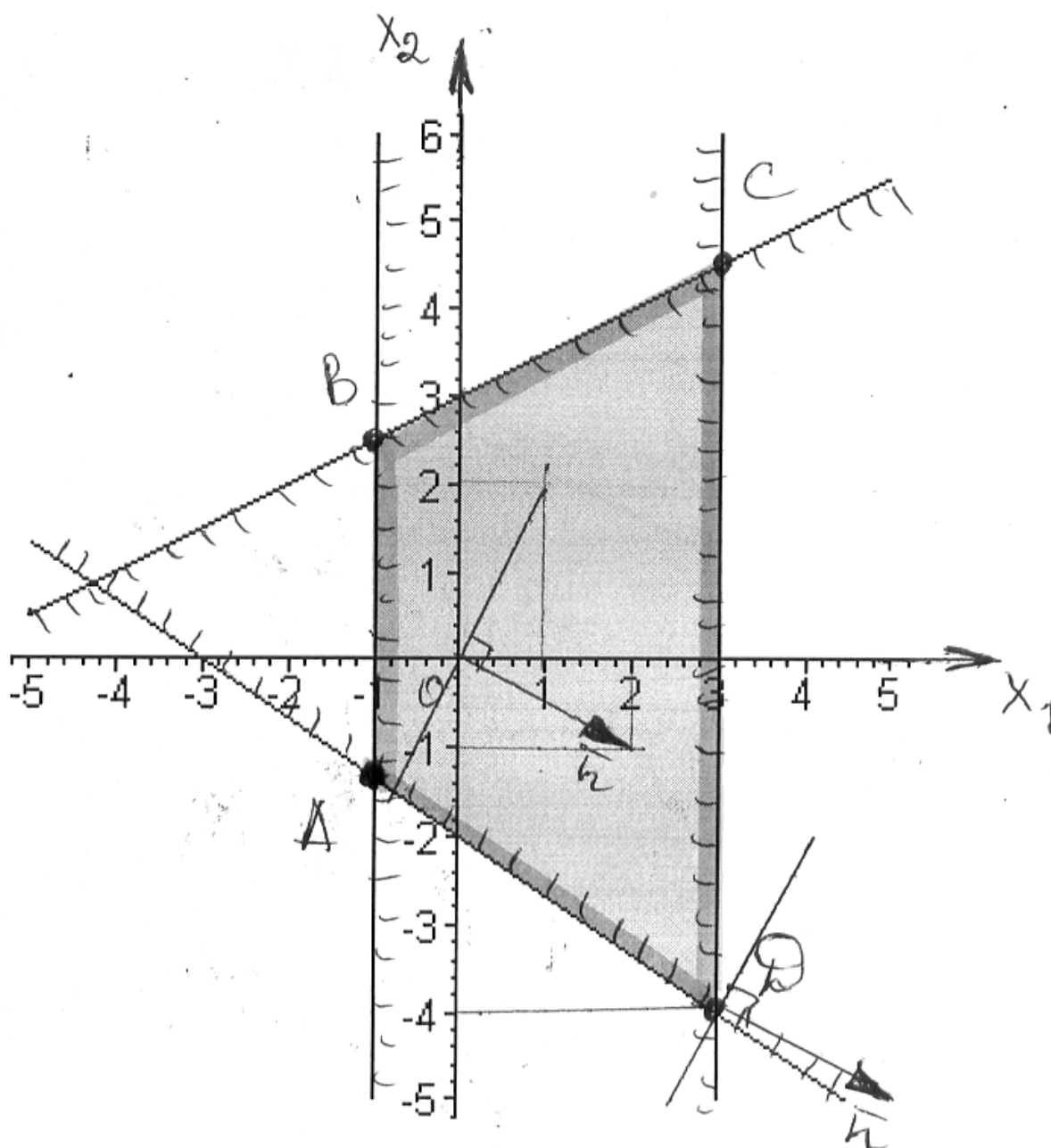
(I) $x_1 = 3$, точки $(3, 0)$, $(3, 3)$.

(II) $x_1 = -1$, точки $(-1, 0)$, $(-1, 3)$.

(III) $-2x_1 - 3x_2 = 6$, точки $(-3, 0)$, $(0, -2)$.

(IV) $-x_1 + 2x_2 = 6$, точки $(0, 3)$, $(2, 4)$.

Штриховкой выделяем нужные полуплоскости, соответствующие знакам неравенств.



На пересечении всех полуплоскостей получаем ограниченную выпуклую область $ABCD$. Строим линию уровня целевой функции $2x_1 - x_2 = 0$ и вектор градиента $n = (2, -1)$. Двигаем линию уровня параллельно себе по направлению градиента (см. рисунок), пока не войдем в область и не выйдем из области.

Видно, что выход из области (максимум целевой функции) произойдет в точке $D(3; -4)$. Таким образом, максимум целевой функции $F_{\max} = 2 \cdot 3 - 1 \cdot (-4) = 10$.