

Тема: Теория кодирования

ЗАДАНИЕ. Закодировать данное слово кодом Хэмминга.

1) 1001 0001 1101 1110 0000 000

РЕШЕНИЕ. Для кодирования данного сообщения длиной $m = 23$ потребуется $k = 5$ дополнительных разряда, т.е. на выходе получим сообщение длиной $n = 28$ (число дополнительных разрядов подбирали из соотношения $2^k \geq n+1$, n – число полученных разрядов, k – число дополнительных разрядов).

Пусть закодированное сообщение имеет вид

$b_{28} b_{27} b_{26} b_{25} b_{24} b_{23} b_{22} b_{21} b_{20} b_{19} b_{18} b_{17} b_{16} b_{15} b_{14} b_{13} b_{12} b_{11} b_{10} b_9 b_8 b_7 b_6 b_5$
 $b_4 b_3 b_2 b_1$,

причем разряды $b_1, b_2, b_4, b_8, b_{16}$ будут контрольными, а остальные информационными.

Помещаем в информационные разряды разряды исходного числа по порядку, т.е.

$b_3 = 1, b_5 = 0, b_6 = 0, b_7 = 1,$
 $b_9 = 0, b_{10} = 0, b_{11} = 0, b_{12} = 1,$
 $b_{13} = 1, b_{14} = 1, b_{15} = 0, b_{17} = 1,$
 $b_{18} = 1, b_{19} = 1, b_{20} = 1, b_{21} = 0,$
 $b_{22} = 0, b_{23} = 0, b_{24} = 0, b_{25} = 0,$
 $b_{26} = 0, b_{27} = 0, b_{28} = 0.$

Теперь найдем значения контрольных разрядов.

Введем для удобства следующие множества:

$V_1 = 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, \dots$ - все числа у которых первый разряд равен 1

$V_2 = 2, 3, 6, 7, 10, 11, 14, 15, 18, 19, 22, 23, 26, 27, \dots$ - все числа, у которых второй разряд равен 1

$V_3 = 4, 5, 6, 7, 12, 13, 14, 15, 20, 21, 22, 23, 28, \dots$ - все числа, у которых третий разряд равен 1

$V_4 = 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 24, 25, 26, 27, 28, \dots$ - все числа, у которых четвертый разряд равен 1,

$V_5 = 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, \dots$ - все числа, у которых пятый разряд равен 1.

Далее под + будем понимать сложение по модулю 2.

Тогда $b_1 = b_3 + b_5 + b_7 + b_9 + b_{11} + b_{13} + b_{15} + b_{17} + b_{19} + b_{21} + b_{23} + b_{25} + b_{27} = 1$ (все разряды из V_1 , кроме первого)

$b_2 = b_3 + b_6 + b_7 + b_{10} + b_{11} + b_{14} + b_{15} + b_{18} + b_{19} + b_{22} + b_{23} + b_{26} + b_{27} = 1$ (все разряды из V_2 , кроме первого)

$b_4 = b_5 + b_6 + b_7 + b_{12} + b_{13} + b_{14} + b_{15} + b_{20} + b_{21} + b_{22} + b_{23} + b_{28} = 1$ (все разряды из V_3 , кроме первого)

$b_8 = b_9 + b_{10} + b_{11} + b_{12} + b_{13} + b_{14} + b_{15} + b_{24} + b_{25} + b_{26} + b_{27} + b_{28} = 1$ (все разряды из V_4 , кроме первого),

$b_{16} = b_{17} + b_{18} + b_{19} + b_{20} + b_{21} + b_{22} + b_{23} + b_{24} + b_{25} + b_{26} + b_{27} + b_{28} = 0$ (все разряды из V_5 , кроме первого).

Таким образом, получили код **1111 0011 0001 1100 1111 0000 0000**.